2019年硕士研究生（面向港澳台）
数学考试大纲与要求

对知识的要求层次：

（1）初步的感性认识，能处理简单的问题，用语：知道，会；

（2）一定的理性认识，能模仿解决一般问题，用语：了解，掌握；

（3）较深刻的理性认识，能主动利用知识解决相对复杂的问题，用语：理解，能够运用。

高等数学

一、 函数、极限与连续

【考试内容】

函数的概念及表示法；函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性；复合函数、反函数、分段函数和隐函数；基本初等函数的性质及其图形；初等函数；函数关系的建立；数列极限与函数极限的定义及其性质；函数的左极限与右极限；无穷小量和无穷大量的概念及其关系；无穷小量的性质及无穷小量的比较；极限的四则运算；极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则；两个重要极限：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1，\ \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}=\mathrm{e}；$$

函数连续的概念；函数间断点的类型；初等函数的连续性；闭区间上连续函数的性质。

【考试要求】

1．了解函数的概念，了解函数的表示法，会建立应用问题的函数关系。

2．了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性。

3．了解复合函数及分段函数的概念，了解反函数及隐函数的概念。

4．了解基本初等函数的性质及其图形，了解初等函数的概念。

5．了解极限的概念，了解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左、右极限之间的关系。

6．知道极限的性质，掌握极限四则运算法则。

7．了解极限存在的两个准则，会利用它们求极限，掌握利用两个重要极限求极限。

8．理解无穷小量、无穷大量的概念，掌握无穷小量的比较方法，能够运用等价无穷小

量求极限的方法。

9．了解函数连续性的概念（含左连续与右连续），掌握判别函数间断点的类型。

10．知道连续函数的性质，了解初等函数的连续性，了解闭区间上连续函数的性质（有界性、最大值和最小值定理、介值定理），并会应用这些性质。

二、 一元函数微分学

【考试内容】

导数和微分的概念；导数的几何意义和物理意义；函数的可导性与连续性之间的关系；平面曲线的切线和法线；导数和微分的四则运算；基本初等函数的导数；复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法；高阶导数；相关变化率；洛必达（L'Hospital）法则；函数单调性的判别；函数的极值与最值；函数图形的凹凸性、拐点及渐近线；函数图形的描绘。

【考试要求】

1．了解导数和微分的概念，了解导数与微分的关系，了解导数的几何意义，会求平面曲线的切线方程和法线方程，了解函数的可导性与连续性之间的关系。

2．能够运用导数的四则运算法则和复合函数的求导法则，掌握基本初等函数的导数公式，了解微分的四则运算法则，掌握求函数的微分。

3. 了解高阶导数的概念，掌握求函数的高阶导数。

4. 掌握求分段函数的导数、隐函数导数和由参数方程所确定的函数的导数。

5. 掌握相关变化率。

6. 能够运用洛必达法则求未定式的极限。

7. 了解函数的极值概念，掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值，掌握函数最大值和最小值的求法及其简单应用。

8．会用导数判断函数图形的凹凸性，会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线，会描绘函数的图形。

三、一元函数积分学

【考试内容】

原函数和不定积分的概念；不定积分的基本性质；基本积分公式；定积分的概念和基本性质；定积分中值定理；积分上限的函数及其导数；牛顿一莱布尼茨（Newton-Leibniz）公式；不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法；有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分；反常（广义）积分；定积分的应用。

【考试要求】

1．知道原函数概念，了解不定积分和定积分的概念。

2. 掌握不定积分的基本公式；掌握不定积分和定积分的性质；能够运用用换元积分法与分部积分法计算不定积分和定积分。

3．掌握求有理函数、三角函数有理式及简单无理函数的积分。

4．理解积分上限函数，掌握求积分上限函数的导数，掌握牛顿-莱布尼茨公式。

5．了解反常积分的概念，会计算简单的反常积分。

6．掌握用定积分表达和计算一些几何量（如平面图形的面积、旋转体的体积、平面曲线的弧长）。

四、向量代数与空间解析几何

【考试内容】

向量的概念；向量的线性运算；向量的数量积和向量积；向量的混合积；两向量垂直、平行的条件；两向量的夹角；向量的坐标表达式及其运算；单位向量；方向角与方向余弦；曲面方程和空间曲线方程的概念；平面方程；直线方程；平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件；点到平面和点到直线的距离；球面、柱面、旋转曲面；常用的二次曲面方程及其图形；空间曲线的参数方程和一般方程。

【考试要求】

1.了解空间直角坐标系、了解向量的概念及其表示。

2. 能够运用向量的运算（线性运算、数量积、向量积、混合积），了解两个向量垂直、平行的条件。

3.了解单位向量、方向角与方向余弦、向量的坐标表达式，掌握用坐标表达式进行向量运算的方法。

4. 掌握平面方程和直线方程。

5. 掌握平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角计算。

6. 掌握计算点到直线以及点到平面的距离。

7. 知道曲面方程的概念。

8. 了解常用二次曲面的方程及其图形，会求简单的柱面和旋转曲面的方程。

9. 知道空间曲线的参数方程和一般方程。

五、多元微分学

【考试内容】

多元函数的概念；二元函数的几何意义；二元函数的极限与连续的概念；有界闭区域上

多元连续函数的性质；多元函数的偏导数和全微分；全微分存在的必要条件；多元复合函数求导法、隐函数的求导法；二阶偏导数；空间曲线的切线与法平面；曲面的切平面与法线；多元函数的极值和条件极值；多元函数的最大值、最小值及其简单应用。

【考试要求】

1. 了解多元函数的概念，了解二元函数的几何意义。

2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质。

3. 了解多元函数的偏导数和全微分的概念，掌握全微分计算，了解全微分存在的必要条件。

4. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法。

5. 了解隐函数存在定理，掌握多元隐函数的偏导数。

6. 了解空间曲线的切线和法平面，了解曲面的切平面和法线，掌握它们的计算方法。

7. 了解多元函数极值和条件极值的概念，了解多元函数极值存在的必要条件，了解二元函数极值存在的充分条件，掌握二元函数的极值，会用拉格朗日乘法求条件极值，掌握简单多元函数的最大值和最小值，并会解决一些简单的应用问题。

六、多元函数积分学

【考试内容】

二重积分的概念、性质、计算和应用。

【考试要求】

1．了解二重积分的概念，知道二重积分的性质。

2．掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标）。

3．会用重积分求一些几何量与物理量（体积、曲面面积、质量等）。

七、无穷级数

【考试内容】

常数项级数的收敛与发散的概念，收敛级数的和的概念，级数的基本性质与收敛的必要条件，几何级数与 p 级数及其收敛性，正项级数收敛性的判别法，任意项级数的绝对收敛与条件收敛，交错级数与莱布尼茨定理，幂级数及其收敛半径、收敛区间（指开区间）和收敛域，幂级数的和函数，幂级数在其收敛区间内的基本性质，简单幂级数的和函数的求法，初等函数的幂级数展开式。

【考试要求】

1. 了解级数的收敛与发散、收敛级数的和的概念

2. 了解级数的基本性质及级数收敛的必要条件，掌握几何级数及级数的收敛与发散的条件，掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法

3. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系，了解交错级数的莱布尼茨判别法

4. 会求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域

5. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质（和函数的连续性、逐项求导和逐项积分），会求简单幂级数在其收敛区间内的和函数

6. 了解函数 e^x，$\sin x$，$\cos x$，$\ln(1+x)$及$(1+x)^\alpha$的麦克劳林（Maclaurin）展开式

八、常微分方程

【考试内容 】

常微分方程的基本概念，变量可分离的微分方程，齐次微分方程，一阶线性微分方程，线性微分方程解的性质及解的结构定理，二阶常系数齐次线性微分方程及简单的非齐次线性微分方程的通解与特解

【考试要求】

1.了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念

2. 掌握变量可分离的微分方程、齐次微分方程和一阶线性微分方程的求解方法

3. 会解二阶常系数齐次线性微分方程

4. 了解线性微分方程解的性质及解的结构定理，会解自由项为多项式、指数函数的二阶常系数非齐次线性微分方程

5. 会用微分方程求解简单的经济应用问题

线性代数

一、 行列式

【考试内容】

行列式的概念和基本性质；行列式按行（列）展开定理。

【考试要求】

1. 了解行列式的概念，掌握行列式的性质。

2. 掌握应用行列式的性质和行列式按行（列）展开定理计算行列式。

二、 矩阵

【考试内容】

矩阵的概念；矩阵的线性运算；矩阵的加法和乘法；方阵的幂；方阵乘积的行列式；矩阵的转置；逆矩阵的概念和性质；矩阵可逆的充分必要条件；伴随矩阵；矩阵的初等变换；初等矩阵；矩阵的秩；矩阵的相似与合同；分块矩阵及其运算。

【考试要求】

1. 了解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵、正交矩阵以及它们的性质。

2. 掌握矩阵的各种运算（矩阵的乘法、矩阵的转置、方阵的幂；方阵乘积的行列式）。

2. 了解逆矩阵的概念、性质及矩阵可逆的充分必要条件，掌握求逆矩阵的各种方法。

3. 掌握矩阵的初等变换，掌握初等变换并解决有关问题，了解并掌握矩阵的秩。

4. 了解分块矩阵，掌握分块矩阵的运算。

三、 向量

【考试内容】

向量的概念；向量的线性组合和线性表示；向量组的线性相关与线性无关；向量组的极大线性无关组；等价向量组；向量组的秩；向量组的秩与矩阵的秩之间的关系。

【考试要求】

1. 了解 n 维向量、向量的线性组合与线性表示的概念。

2. 了解向量组线性相关与线性无关的概念；掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别法。

3. 掌握向量组的极大线性无关组和向量组的秩的计算；了解向量组的秩与矩阵的秩之间的关系，掌握用矩阵的秩解决有关问题。

四、线性方程组

【考试内容】

线性方程组的克莱姆（Cramer）法则；齐次线性方程组有非零解的充分必要条件；非齐次线性方程组有解的充分必要条件；线性方程组解的性质和解的结构；齐次线性方程组的基础解系和通解；非齐次线性方程组的通解。

【考试要求】

1. 了解线性方程组的克莱姆（Cramer）法则。

2. 了解齐次线性方程组有非零解和非齐次线性方程组有解的充分必要条件。

3. 了解齐次线性方程组的基础解系、通解的概念。

4. 掌握非齐次线性方程组的解的结构及通解。

5. 掌握应用初等行变换求齐次和非齐次线性方程组通解的方法。

五、矩阵的特征值与特征向量

【考试内容】

矩阵的特征值与特征向量的概念、性质；相似变换的概念与性质；矩阵可相似对角化的充分必要条件及相似对角矩阵；实对称矩阵的特征值与特征向量及其相似对角矩阵。

【考试要求】

1. 了解矩阵的特征值与特征向量的概念、性质。
2. 掌握矩阵的特征值与特征向量的计算。
3. 了解相似矩阵的概念与性质，知道矩阵可相似对角化的充分必要条件。
4. 理解矩阵对角化过程，掌握简单矩阵的相似对角化。

六、二次型

【考试内容】

二次型及其矩阵表示，合同变换与合同矩阵，二次型的秩惯性定理，二次型的标准形和规范形，用正交变换和配方法化二次型为标准形，二次型及其矩阵的正定性

【考试要求】

1. 了解二次型的概念，会用矩阵形式表示二次型，了解合同变换与合同矩阵的概念
2. 了解二次型的秩的概念，了解二次型的标准形、规范形等概念，了解惯性定理，会用正交变换和配方法化二次型为标准形
3. 理解正定二次型、正定矩阵的概念，并掌握其判别法

概率论与数理统计

一、随机事件和概率

【考试内容】

随机事件与样本空间，事件的关系与运算，完备事件组，概率的概念，概率的基本性质，古典型概率，几何型概率，条件概率，概率的基本公式，事件的独立性，独立重复试验

【考试要求】

1. 了解样本空间（基本事件空间）的概念，理解随机事件的概念，掌握事件的关系及运算
2. 理解概率、条件概率的概念，掌握概率的基本性质，会计算古典型概率和几何型概

率，掌握概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式以及贝叶斯（Bayes）公式等

3. 理解事件的独立性的概念，掌握用事件独立性进行概率计算；理解独立重复试验的概念，掌握计算有关事件概率的方法

二、随机变量及其分布

【考试内容 】

随机变量，随机变量分布函数的概念及其性质，离散型随机变量的概率分布，连续型随机变量的概率密度，常见随机变量的分布，随机变量函数的分布

【考试要求 】

1. 理解随机变量的概念，理解分布函数

$$F(x)=P\{X \le x\} \ (-\infty < x < +\infty)$$

的概念及性质，会计算与随机变量相联系的事件的概率

2. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，掌握 0－1 分布、二项分布 $B(n,p)$、几何分布、超几何分布、泊松（Poisson）$P(\lambda)$分布及其应用

3. 掌握泊松定理的结论和应用条件，会用泊松分布近似表示二项分布

4. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，掌握均匀分布$U(a,b)$、正态分布$N(\mu,\sigma^2)$、指数分布及其应用, 其中参数为$\lambda(\lambda>0)$的指数分布$E(\lambda)$的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$$

5. 会求随机变量函数的分布

三、多维随机变量的分布

【考试内容】

多维随机变量及其分布函数，二维离散型随机变量的概率分布、边缘分布和条件分布，二维连续型随机变量的概率密度、边缘概率密度和条件密度，随机变量的独立性和不相关性，常见二维随机变量的分布，两个及两个以上随机变量简单函数的分布。

【考试要求】

1. 理解多维随机变量的分布函数的概念和基本性质

2. 理解二维离散型随机变量的概率分布和二维连续型随机变量的概率密度，掌握二维随机变量的边缘分布和条件分布

3. 理解随机变量的独立性和不相关性的概念，掌握随机变量相互独立的条件，理解随机变量的不相关性与独立性的关系

4. 掌握二维均匀分布和二维正态分布$N(\mu_1,\mu_2;\sigma_1^2,\sigma_2^2;\rho)$，理解其中参数的概率意义

5．会根据两个随机变量的联合分布求其函数的分布，会根据多个相互独立随机变量的联合分布求其简单函数的分布

四、随机变量的数字特征

【考试内容】

随机变量的数学期望（均值）、方差、标准差及其性质，随机变量函数的数学期望，切比雪夫（Chebyshev）不等式，矩、协方差、相关系数及其性质

【考试要求】

1. 理解随机变量数字特征（数学期望、方差、标准差、矩、协方差、相关系数）的概念，会运用数字特征的基本性质，并掌握常用分布的数字特征

2. 会求随机变量函数的数学期望

3. 了解切比雪夫不等式

五、大数定律和中心极限定理

【考试内容】

切比雪夫大数定律，伯努利（Bernoulli）大数定律，辛钦（Khinchine）大数定律，棣莫弗-拉普拉斯（DeMoivre－Laplace）定理，列维-林德伯格（Levy－Lindberg）定理

【考试要求】

1. 了解切比雪夫大数定律、伯努利大数定律和辛钦大数定律（独立同分布随机变量序列的大数定律）

2. 了解棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理（二项分布以正态分布为极限分布）、列维-林德伯格中心极限定理（独立同分布随机变量序列的中心极限定理），并会用相关定理近似计算有关随机事件的概率.

六、数理统计的基本概念

【考试内容】

总体、个体，简单随机样本，统计量，经验分布函数，样本均值，样本方差和样本矩，χ^2分布、t分布、F分布分位数，正态总体的常用抽样分布

【考试要求】

1. 了解总体、简单随机样本、统计量、样本均值、样本方差及样本矩的概念，其中样本方差定义为

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2 .$$

2. 了解产生 χ^2 变量、t 变量和 F 变量的典型模式；了解标准正态分布、χ^2 分布、t 分布和 F 分布的上侧 α 分位数，会查相应的数值表

3. 掌握正态总体的样本均值、样本方差、样本矩的抽样分布

4. 了解经验分布函数的概念和性质

七、参数估计

【考试内容】

点估计的概念，估计量和估计值，矩估计法，最大似然估计法

【考试要求】

1. 了解参数的点估计、估计量与估计值的概念.

2. 掌握矩估计法（一阶矩、二阶矩）和最大似然估计法.